مقاييس التشتت أو الإختلاف Measures of Despersion

مقدمة :

يقصد بالتشتت او الإختلاف :(هو التباعد أو التقارب الموجود بين قيم المشاهدات للعينة التابعة لمتغير ما) ومقاييس التشتت تحدد مدى تشتت قيم المشاهدات عن وسطها .

كلما كان مقياس التشتت كبيرا دل ذلك على عدم التجانس بين القيم ، بينما يكون مقياس التشتت صغيرا عندما تكون الإختلافات بين قيم المشاهدات قليلة .

ان مقاييس التوسط (المتوسطات) تعطينا فكرة عن مكان تمركز قيم المشاهدات ، أما مقاييس التشتت تعطينا فكرة عن مدى تجانس أو تباين هذه القيم حول مركزها أي درجة انتشارها .

ان أهمية مقاييس التشتت تتمثل في وصف التوزيعات ومقارنتها مع بعضها ، حيث أن مقاييس التوسط وحدها لاتكفي لهذا الغرض . فقد يتساوى الوسط الحسابي لمجموعتين من القيم مثلا بينما يختلف مدى انتشار قيم لمجموعة الأولى عن انتشار قيم المجموعة الثانية .

أنواع مقاييس التشتت :

اولا : مقاييس التشتت المطلق :-

1. المدى The Range
2. الأنحراف المتوسط The Mean Deviation
3. التباين The Variance
4. الانحراف المعياري The Standard Deivation

تم شرح المدى في الفصل الثالث ، وسيتم شرح التباين والأنحراف المعياري بالتفصيل،لأنهما يعدان من أهم مقاييس التشتت المطلق المستخدمة في البحوث العلمية الحديثة .

أ- التباين والانحراف المعياري للبيانات الغير مبوبة :-

التباين بصيغة الانحرافات :

$$V = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x - \bar{x})^2}{n-1}$$

التباين بصيغة المجاميع المربعة :

$$V = \frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}{n-1}$$

الأنحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين ويرمز له S.D او S أي: $S.D = \sqrt{V}$

مثال : كانت درجات مجموعتين من الطلبة في احدى الامتحانات مبينة في أدناه ، المطلوب استخراج مدى تشتت أو انتشار درجاتهم عن الوسط الحسابي .(وبالصيغتين)

المجموعة (A) : 5 4 7 2 2 4 7 1 5 1

المجموعة (B) : 8 9 2 2 5 6 4 4 3 1

الحل :

(صيغة الأنحرافات)

نستخرج الوسط الحسابي لكل مجموعة .

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi}{n}$$

الوسط الحسابي للمجموعة A = 3.8

الوسط الحسابي للمجموعة B = 4.4

نستخرج تشتت البيانات عن وسطها الحسابي بصيغة الانحرافات:

المجموعة A		المجموعة B	
$x - \bar{X}$	$(x - \bar{x})^2$	$x - \bar{X}$	$(x - \bar{x})^2$
1 - 3.8= -2.8	$(-2.8)^2 = 7.84$	1-4.4=-3.4	11.56
1.2	1.44	-1.4	1.96
-2.8	7.84	-0.4	0.16
3.2	10.24	-0.4	0.16
0.2	0.04	1.6	2.56
-1.8	3.24	0.6	0.36
-1.8	3.24	-2.4	5.76
3.2	10.24	-2.4	5.76
0.2	0.04	4.6	21.16
1.2	1.44	3.6	12.96
Σ	45.6	Σ	62.4

اذا التباين للمجموعتين كالآتي :-

$$V(A)=\frac{45.6}{10-1}=5.07$$

الانحراف المعياري :

$$V(B)=\frac{62.4}{10-1}=6.93$$

$$S.D(A)=\sqrt{5.07}=2.25$$

$$S.D(B)=\sqrt{6.93}=2.63$$

اما في(صيغة المجاميع)

المجموعة A		المجموعة B		
X	x^2	x	X^2	
1	$(1)^2=1$	1	$(1)^2=1$	
5	25	3	9	
1	1	4	16	
7	49	4	16	
4	16	6	36	
2	4	5	25	
2	4	2	4	
7	49	2	4	
4	16	9	81	
5	25	8	64	
Σ	38	Σ	44	256

اذا التباين للمجموعتين كالأتي :

$$V=\frac{\sum x^2-\frac{\left(\sum x\right)^2}{n}}{n-1}$$

:

$$V(A)=\frac{190-\frac{(38)^2}{10}}{10-1}=\frac{190-\frac{1444}{10}}{9}=\frac{190-144.4}{9}=\frac{45.6}{9}=5.07$$

$$V(B)=\frac{256-\frac{(44)^2}{10}}{10-1}=\frac{256-\frac{1936}{10}}{9}=\frac{256-193.6}{9}=\frac{62.4}{9}=6.93$$

$$S.D(A) = \sqrt{5.07} = 2.25$$

$$S.D(B) = \sqrt{6.93} = 2.63$$

اذا التشتت في درجات المجموعة B أكبر من تشتت درجات المجموعة A.

مثال 2 :الجدول الآتي يبين الايرادات الكلية لنشاط السياحة (حسب القطاع) في العراق لسنة 2010 ، أحسب التباين والانحراف المعياري لها .

القطاع	الايرادات (بالملايين)
العام	699
الخاص	4317
المختلط	103
المجموع	5119

الحل :

(حسب طريقة الانحرافات)

$$V = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} xi}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{5119}{3} = 1706.33$$

القطاع	x الايرادات	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
العام	699	-1007.33	1014713.73
الخاص	4317	2610.67	6815597.85
المختلط	103	-1603.33	2570667.09
المجموع	5119	0	10400978.67

$$V = \frac{10400978.67}{3-1} = 5200489.34$$

$$S.D = \sqrt{5200489.34} = 2280.46$$

(حسب طريقة المجاميع)

القطاع	الايرادات x	X^2
العام	699	488601
الخاص	4317	18636489
المختلط	103	10609
المجموع	5119	19135699

$$V = \frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}{n-1} = \frac{19135699 - \frac{(5119)^2}{3}}{3-1} = \frac{19135699 - 8734720.33}{2}$$

$$= \frac{10400978.67}{2} = 5200489.34$$

$$S.D = \sqrt{V} = \sqrt{5200489.34} = 2280.46$$